



Objetivo?



Generar información útil en la toma de decisiones.

Por Ejemplo

Vale la pena reforzar a un costo X para reducir la probabilidad de un cierto daño de Y a Z ?

El asunto no se limita, por supuesto, a costos de reparación sino también a perdidas por interrupción de actividad económica, lesiones, y cuando la probabilidad de colapso no es despreciable, posible pérdida de vidas.



Evento Responsable
(peligrosidad sísmica)



Probabilidad

Capacidad de Resistir
(fragilidad)



Probabilidad

A black line that starts from the right side of the two 'Probabilidad' words, goes down, and then points left towards the word 'Vulnerabilidad'.

Vulnerabilidad

Peligrosidad Sísmica (Seismic Hazard) $H(a)$

$H(a)$ = Probabilidad de que en un periodo de tiempo dado (típicamente un año) ocurra al menos un evento sísmico donde el parámetro utilizado para medir la intensidad alcance el valor “a”.

$f_e = \#$ de eventos (por año) con valores igual o mayor que “a”

$$H(a) = 1 - e^{-f_e}$$

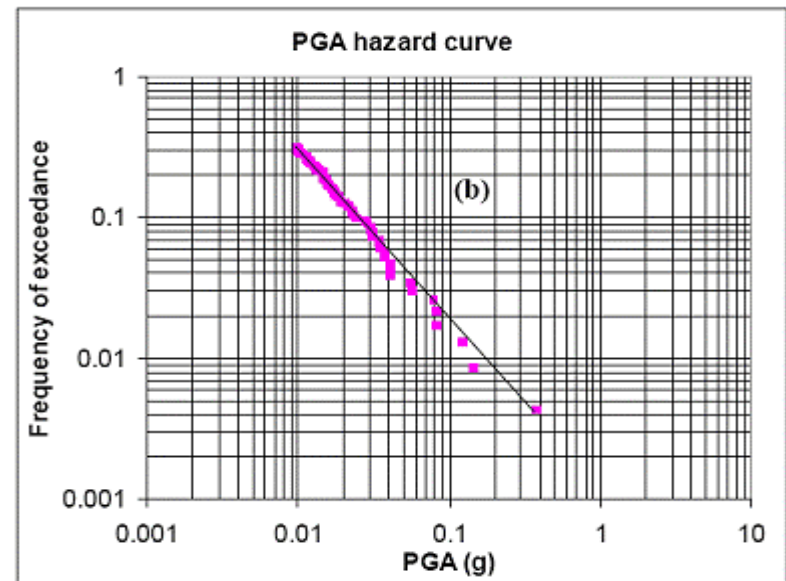
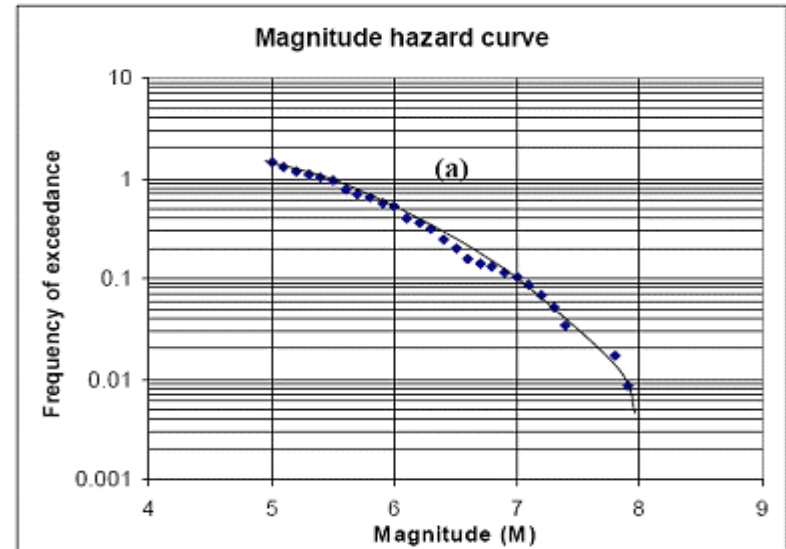
Por Ejemplo

Magnitud = 5 $f_e = 1.5$

$$H(5) = 1 - e^{-1.5} = 0.77 = 77\%$$

Magnitud = 7 $f_e = 0.1$

$$H(7) = 1 - e^{-0.1} = 0.095 = 9.5\%$$



Fragilidad

$$\textit{fragilidad} = P\left(\frac{f}{a}\right)$$

Probabilidad condicional de que se alcance f si la estructura se ve sometida a un sismo de intensidad “a”.

Como estimar la fragilidad?

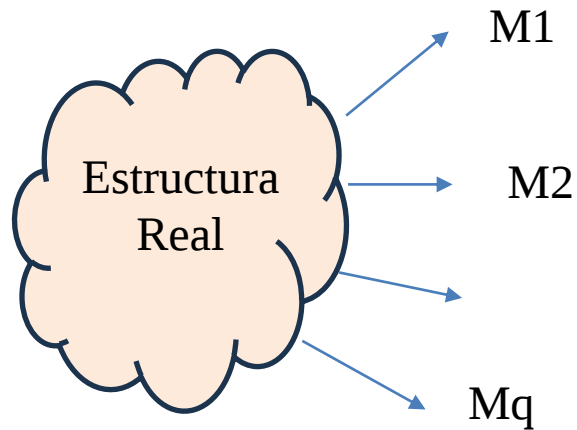




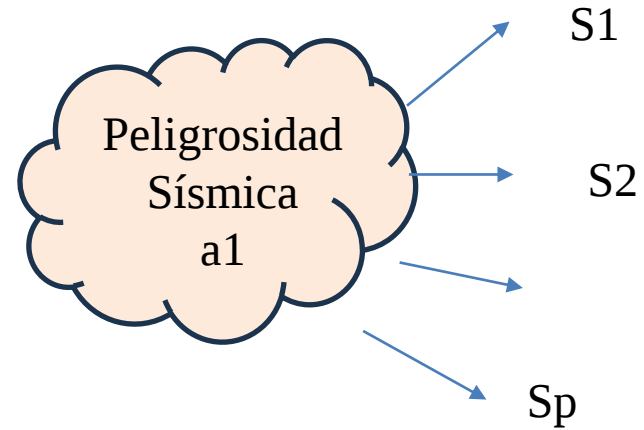
Dejemos a un lado, temporalmente, las limitantes prácticas.

- Los parámetros de la estructura no pueden conocerse con precisión por lo que el modelo no es UNO - existen una infinidad de modelos.
- Después de fijar “a” existen una infinidad de posibles registros.

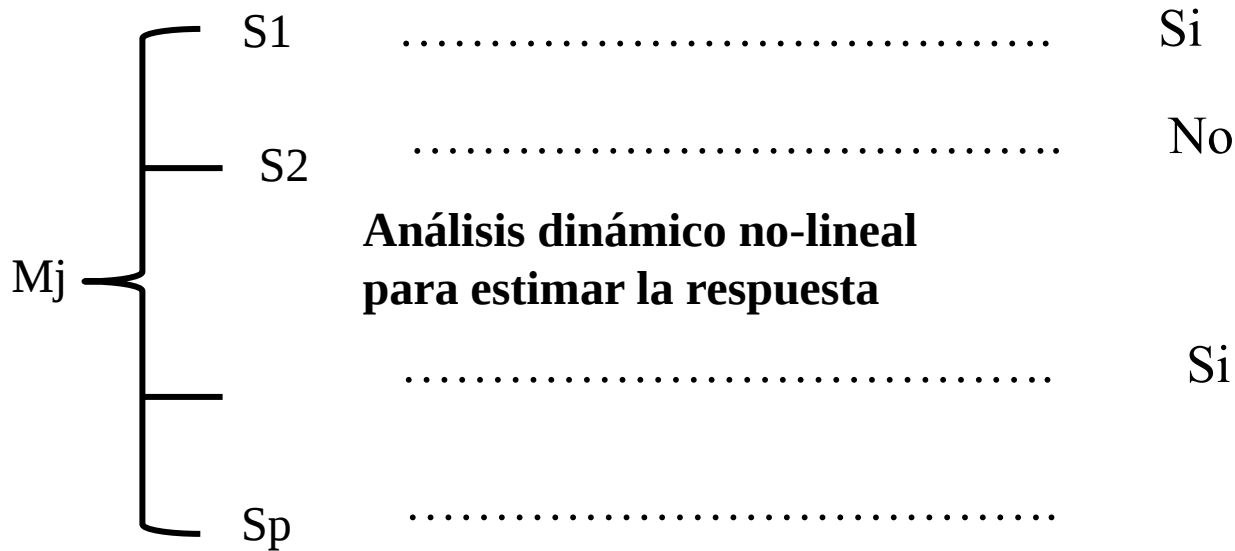
MODELOS



REGISTROS



Se alcanza “f”?



$$\sum S_i = t_j$$

$$frag\left(\frac{f}{a1}\right) = \frac{\sum_{j=1}^q t_j}{p \times q}$$

y habría que repetir para $a=a_2$, $a=a_3$, $a=a_4$ etc.

q = Número de modelos

p = Número de registros

ℓ = Número de valores en la curva de fragilidad

Γ = Número de análisis dinámicos no lineales para generar la estimación de la fragilidad

$$\Gamma = q \times p \times \ell$$

q = Numero de modelos = 5

p = Numero de registros = 10

ℓ = Numero de valores en la curva = 10

$$\Gamma = 5 \times 10 \times 10 = 500$$

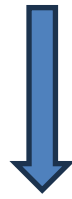
I DON'T FEEL SO GOOD..



Primera Simplificación

Es común suponer que la fragilidad tiene una **distribución log-normal**, simplificándose así el problema a estimar los parámetros que la determinan.

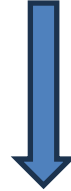
Variable Aleatoria



x

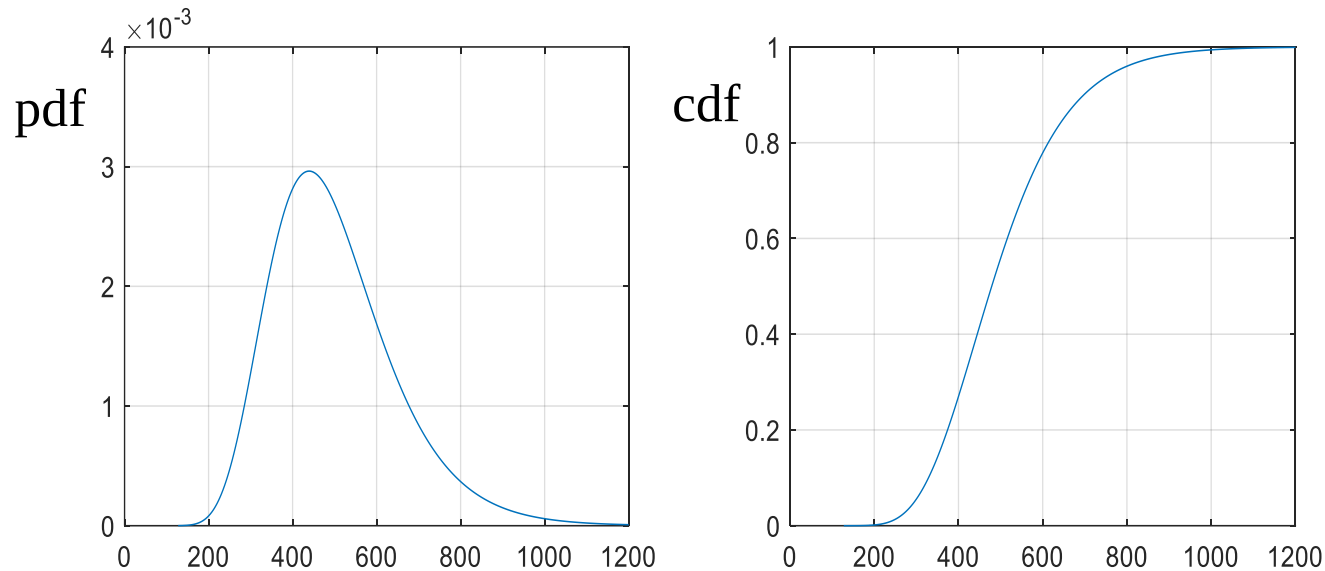


$$y = \ln(x)$$



Si y es Gaussiana (distribución normal)
entonces x es log-normal

PDF y CDF de la Distribución Log-Normal



De la Data

$$\mu_X = 500$$

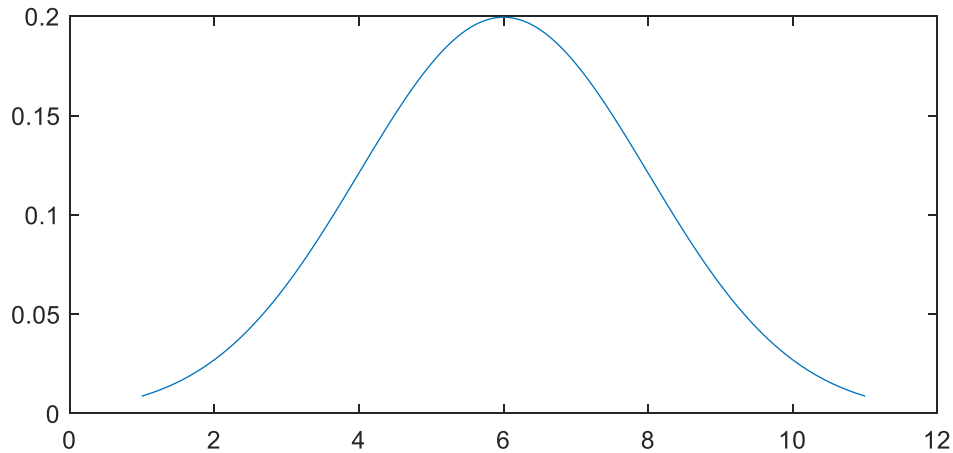
$$\sigma_X = 150$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-\tau^2} d\tau$$

$$\operatorname{cdf}(x) = 0.5 \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right]$$

$$\mu = \ln \left(\frac{\mu_X^2}{\sqrt{\mu_X^2 + \sigma_X^2}} \right) \quad \sigma^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} \right)$$

¿Porque es una simplificación?



?

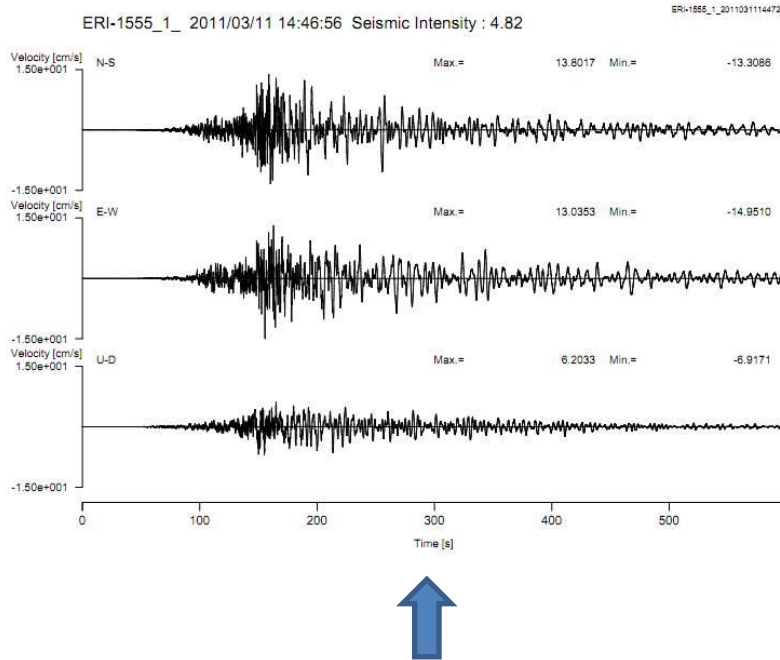
Para determinar la forma de la distribución se requiere mucho más data que para estimar los parámetros, si se sabe la forma.



?

PGA
("a")

(p = # de registros)



Registros escalados hasta que la **respuesta calculada** alcanza el estado límite de interés

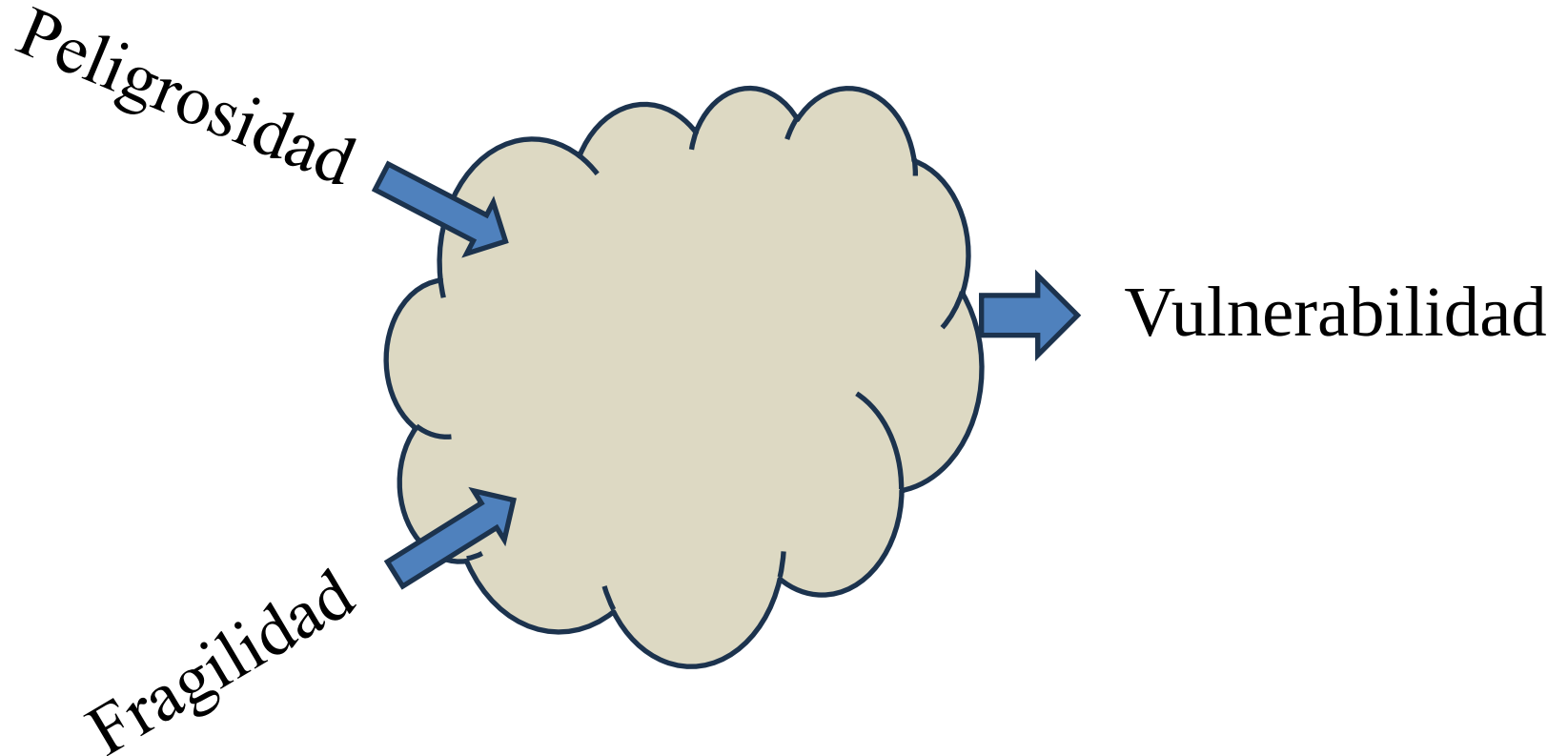
0.41g
0.31g
0.12g
etc

μ_X, σ_X

Con estos y unas cuantas multiplicaciones queda definida la fragilidad

Se reduce así la carga computacional de $q \times p \times \ell$ a “vp” análisis dinámicos no lineales.

En Resumen



Vulnerabilidad

$\bar{P}$ = Probabilidad anual de que se alcance el estado limite que se examina

$$\bar{P} = \int_0^{\infty} H(a) \frac{d\left(P\left(\frac{f}{a}\right)\right)}{da} da$$

$$\bar{P} = -\int_0^{\infty} P\left(\frac{f}{a}\right) \frac{d(H(a))}{da} da$$

La validez de la equivalencia se demuestra con facilidad integrando por partes cualquiera de las dos expresiones.

$$\bar{P} = - \int_0^{\infty} P\left(\frac{f}{a}\right) \frac{d(H(a))}{da} da$$

de eventos con intensidad $> a+da = H(a+da)$

de eventos con intensidad $> a = H(a)$

de eventos con intensidad $> a$ pero menores que $a+da = H(a) - H(a+da) = -\frac{d(H(a))}{da} da$

El cambio en la vulnerabilidad es entonces $dP = -P\left(\frac{f}{a}\right) \frac{d(H(a))}{da}$

y por ende la formula en el cuadro.

Para un periodo de exposición de n años se tiene:

$$P = 1 - (1 - \bar{P})^n$$

En el caso típico donde la probabilidad anual es un valor pequeño (y n no es muy grande) se tiene que

$$P \approx n\bar{P}$$

En Resumen

La peligrosidad caracteriza la sismicidad del lugar.

La fragilidad mide la intensidad del sismo necesaria para producir cierto efecto.

La combinación de las dos cosas permite calcular la probabilidad de que en "n" años se alcance el estado limite considerado.

Aunque hemos simplificado notoriamente aceptando la hipótesis log-normal para la fragilidad y el uso de un solo modelo, realizar “vp” análisis dinámicos no lineales dista de ser un proceso “amigable”.

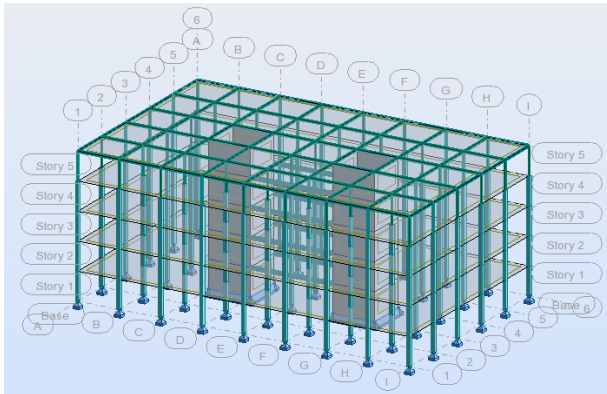
Hay aun cosas por hacer en el camino a la practicidad.



El Modelo

Los resultados dependen notoriamente del modelo – en algunos casos es justificable invertir esfuerzo (y dinero) para obtener información que permite mejorar el modelo.

Existe una estructura y
hemos formulado un
modelo



El modelo refleja propiedades
estimadas y una serie de
aproximaciones e hipótesis.

El conjunto de autovalores y
autovectores (i.e. frecuencias y
formas modales) captura la parte
conservativa. El amortiguamiento
es “adivinado”.

Los autovalores , autovectores en
las coordenadas donde hay
sensores, y el amortiguamiento
modal, pueden estimarse de
señales medidas con vibración
ambiental.

Modelo

$$\omega_1, \omega_2, \dots \frac{rad}{seg}$$

$$\phi_1, \phi_2, \dots$$



Valores cuando se desprecia el amortiguamiento (o se supone que es clásico)

Identificación

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots = \Re(\lambda_i) + \Im(\lambda_i)i$$

$$\psi_i = \Re(\psi_i) \pm \Im(\psi_i)i$$

$$\lambda_i = -\omega_i \xi_i \pm \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} i$$

con el autovector complejo se puede **estimar** el “modo”.

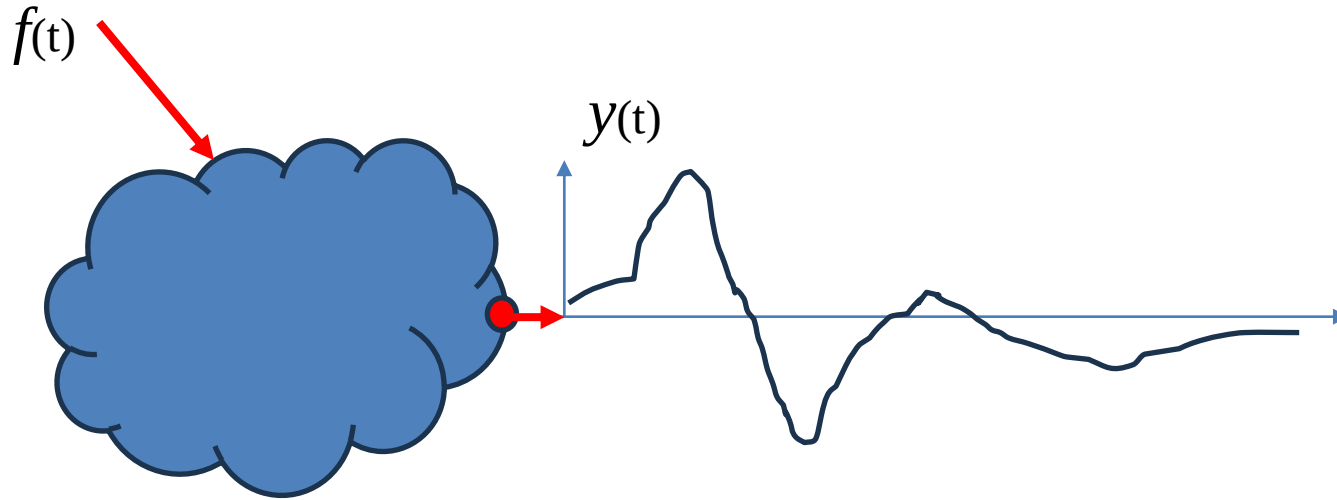
Entre las predicciones del modelo y los valores de la identificación siempre hay discrepancia.



La selección y ajuste de parámetros del modelo con el propósito de minimizar la discrepancia entre las predicciones analíticas y los resultados experimentales es la competencia del área de **Actualización de Modelos.**

Identificación

(algunas ideas)

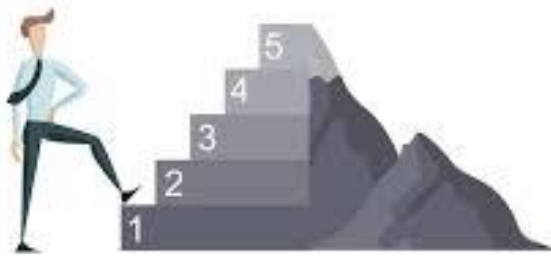


Convolución...
$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau) f(\tau) d\tau$$

$h(t)$ = función de impulso

Deconvolución = estimar $h(t)$ dado $y(t)$ y $f(t)$

Pasos



- Usando la data deconvolución de las funciones de impulso – en la jerga de sistemas se conocen como los parámetros de **Markov**
- Arreglo de los parámetros de Markov en matrices que tienen una forma especial (en la jerga, matrices de **Hankel**)
- Descomposición de valores singulares de las matrices de **Hankel**

$$H = U S V$$

Todo sale (eventualmente) de aquí

$$H = U S V$$



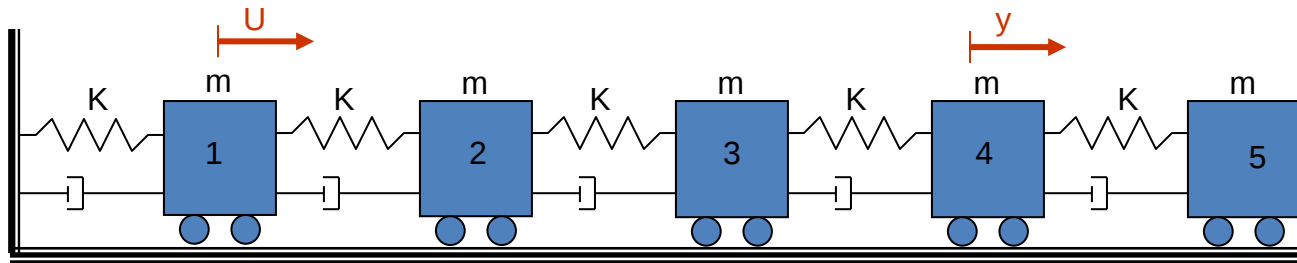
Valores Singulares

$$S = \left[\begin{array}{ccc|c} s_1 & & & \\ & s_2 & & \\ & & s_3 & \\ & & & 0 \end{array} \right]$$

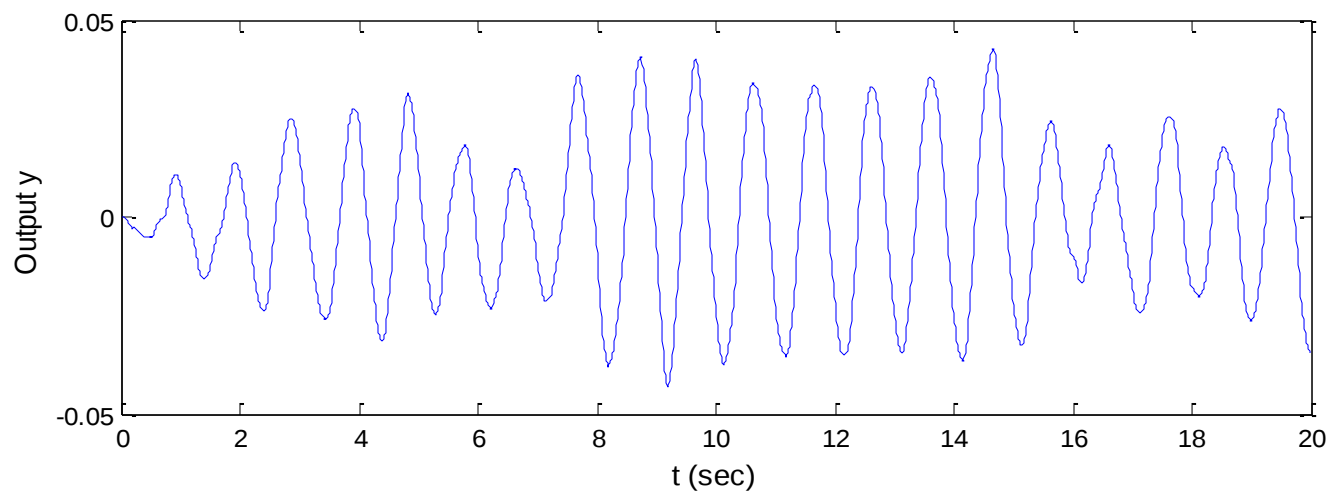
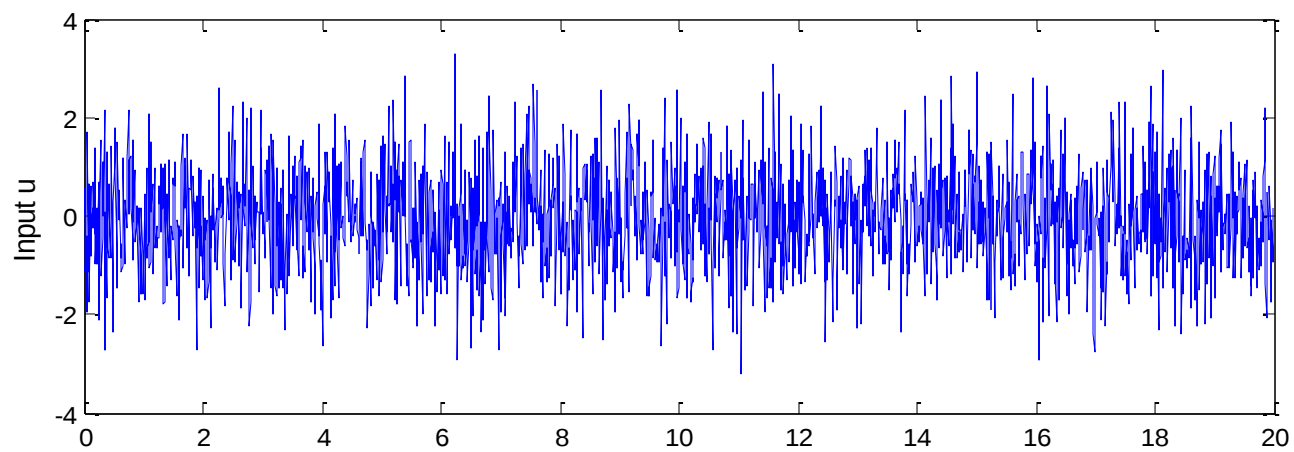
Por ejemplo, el # de valores singulares que no son 0 es el **orden** del sistema.

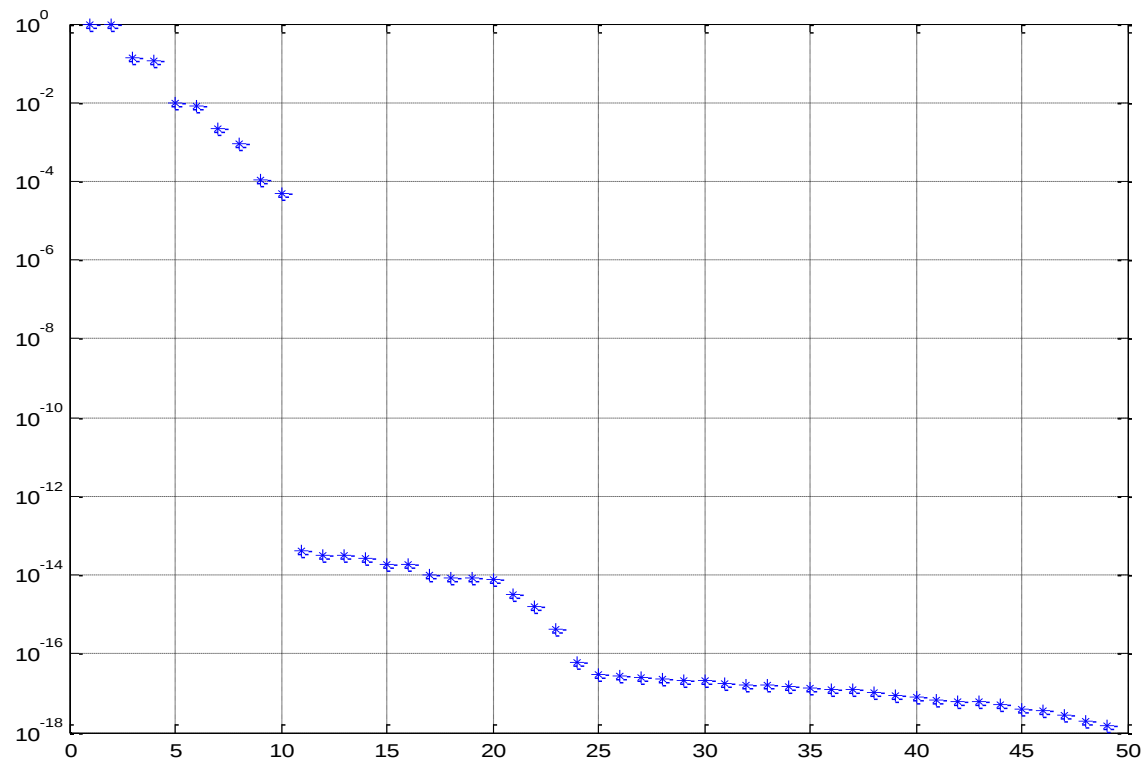
orden = 2* # de GDL

ejemplo académico



$m=1$, $k=487.303$ stiffness proportional damping.



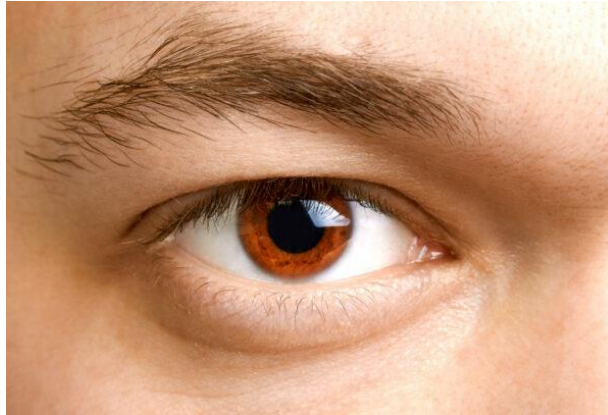


Resultados de la Identificación

Mode Number	λ	Angular Frequency (ω)	Damping Ratio ζ
1	-5.7121 + 41.975 i	6.2832	0.02
2	-4.391 + 36.881 i	18.3405	0.0584
3	-2.6608 + 28.789 i	28.9120	0.0920
4	-1.0707 + 18.309 i	37.1413	0.1182
5	-0.12566 + 6.2819 i	42.3615	0.1348

Valores Exactos

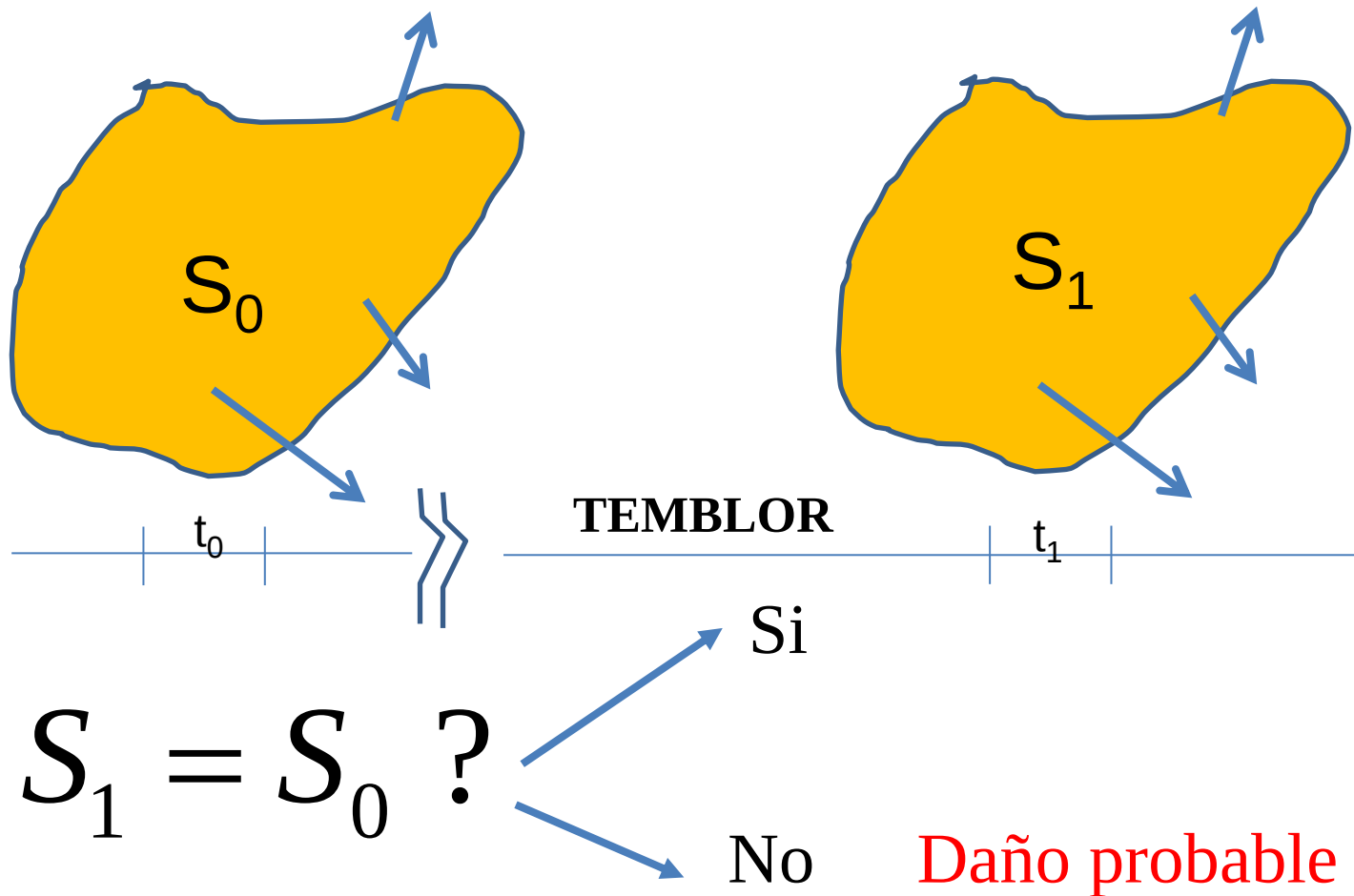
Mode Number	Angular Frequency (ω)	Damping Ratio
1	6.2832	0.02
2	18.3405	0.0584
3	28.9120	0.0920
4	37.1413	0.1182
5	42.3615	0.1348



La incertidumbre en la precisión del modelo puede reducirse sustancialmente en el rango de comportamiento lineal pero no en la parte no-lineal dado que no se puede extraer información experimental sin dañar la estructura.

Otros Usos de Identificación (en estructuras)

Monitoreo de Estructuras Importantes





Retornamos a lo de la vulnerabilidad sísmica.

La hipótesis log-normal y el uso de un solo modelo simplifican el cálculo de la fragilidad, pero aún queda el asunto del análisis dinámico no lineal.

Modelo no-Lineal - OK



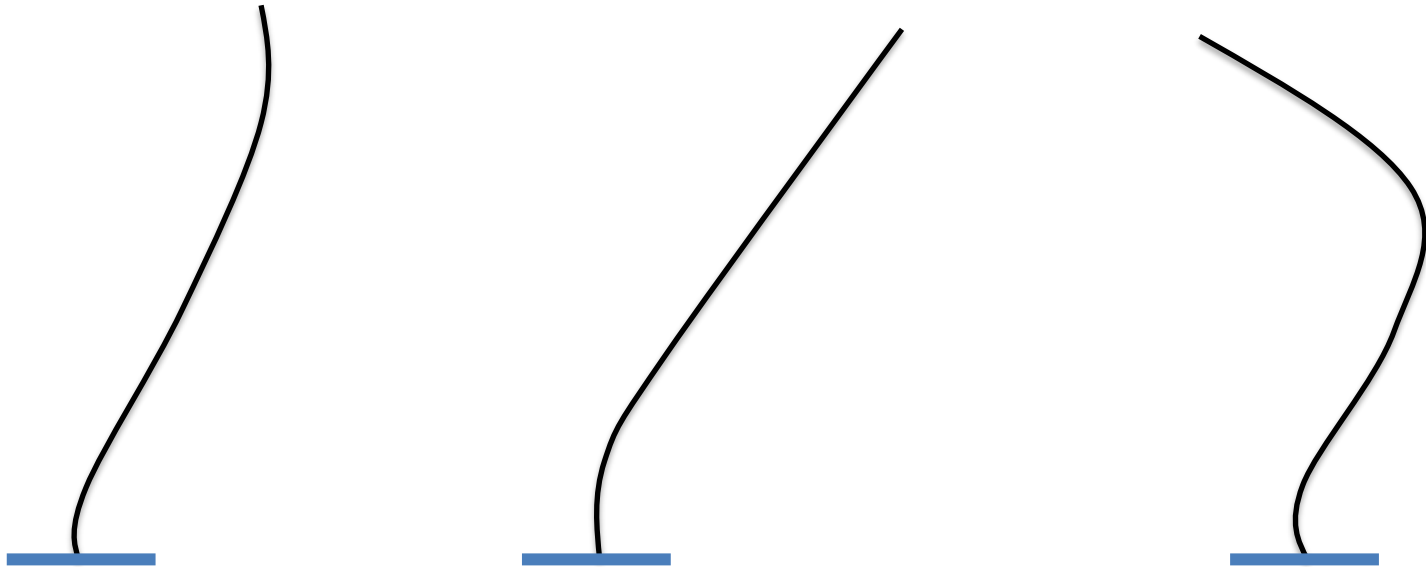
Respuesta dinámica del modelo a una serie de registros representativos - NO

Continuamos Simplificando

Suponemos que el riesgo está definido en términos de un espectro elástico y tomamos una perspectiva determinista.

Las Ideas

Durante la respuesta a un sismo la estructura toma configuraciones que varían con el tiempo.

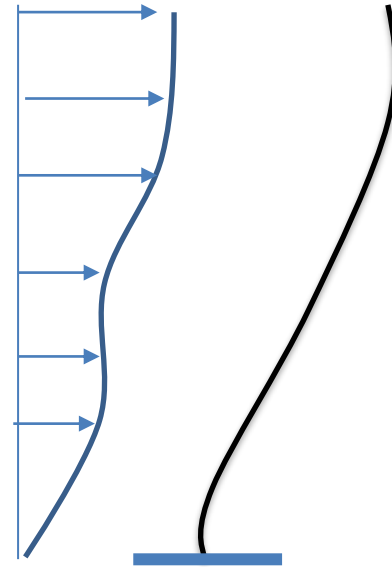


Pero solo algunas corresponden a instantes donde el daño en algún punto se hace máximo.

Cada configuración está asociada con un patrón de cargas con las que se satisface el equilibrio.

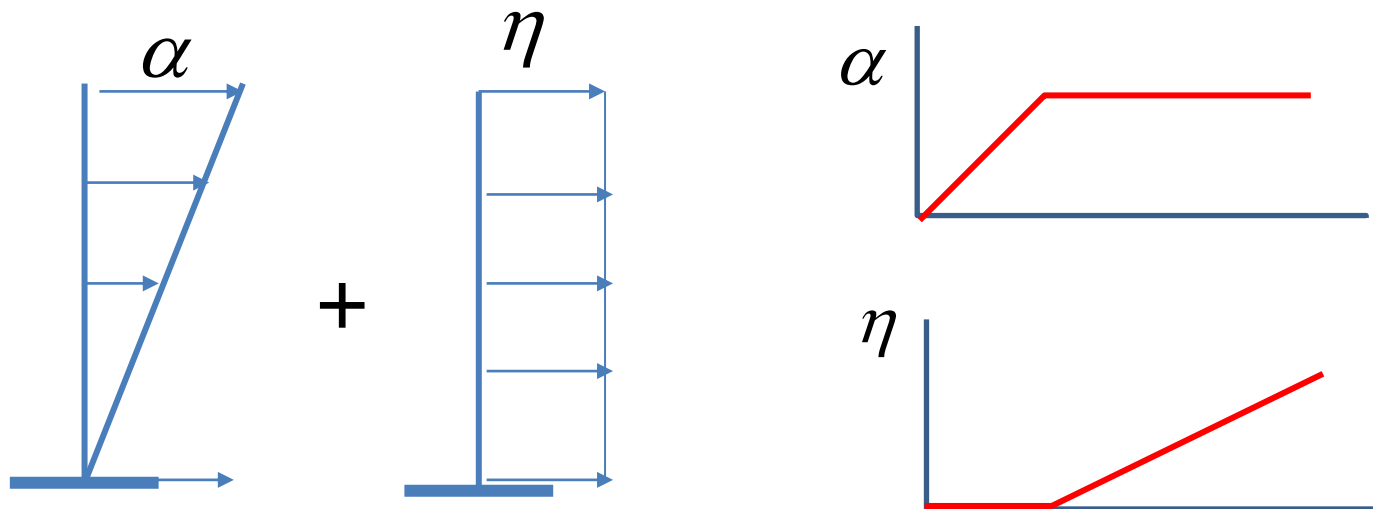
Es razonable suponer que si uno avanza aplicando un patrón fijo de creciente amplitud quizás se visiten las configuraciones críticas en el camino.

- con que patrón empujo?
- ¿cuándo paro?



No hay tal cosa como **“el patrón correcto”** dado que, por ejemplo, la máxima deriva de entrepiso en el nivel 1 podría corresponder al patrón de cargas X mientras que la del nivel 10 estar asociada al patrón Y.

Reconociendo lo anterior se concluye que el patrón de cargas a utilizar podría depender del estado limite que se esté investigando.



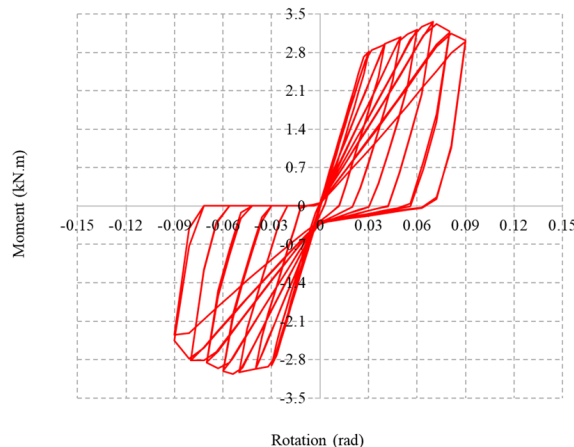
¿Cuándo Paro? – Cuando alcance δ_t

El Método de los Coeficientes

$$\delta_t = \mathcal{G} \cdot \delta_{el}$$

δ_{el} = Desplazamiento del nudo de control (el techo) en caso de que la respuesta fuese elástica (con el espectro)

$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \cdot \mathcal{G}_2 \dots =$ Producto de Modificaciones – a) amplificación si el periodo es corto (sino =1) b) amplificación por forma desfavorable del ciclo de histéresis (valor típico =1).



()

Una parte (no trivial) de la ingeniería sísmica refleja un legado histórico acumulado de esfuerzos por enmarcar comportamiento **no-lineal** en términos **lineales**.

Totalmente entendible dada la capacidad computacional de hace medio siglo, pero cada vez más anacrónico

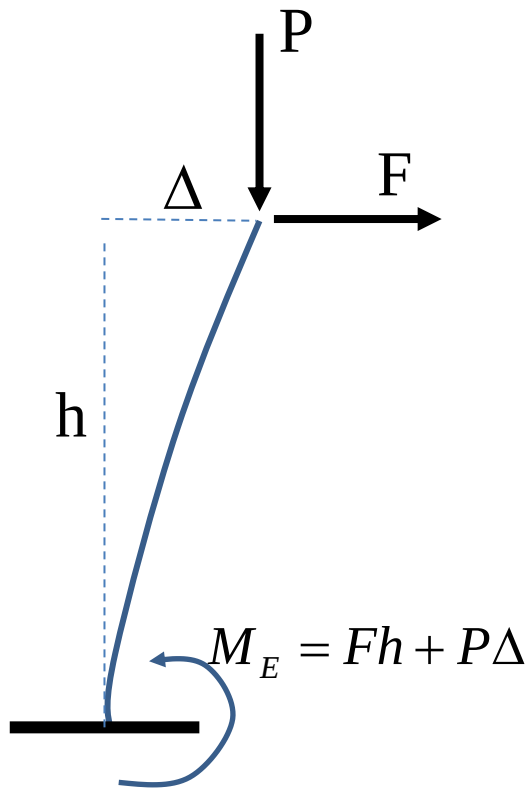
En algunos casos lo anterior ha llevado a recomendaciones que apuntan en dirección errada



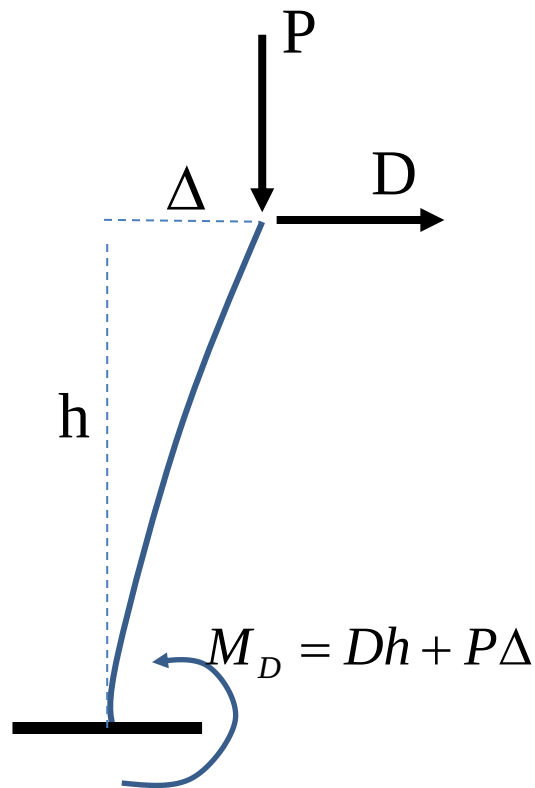
Un Caso Clásico

Efectos de Segundo Orden ($P-\Delta$)

La diferencia radica en que en el caso dinámico $D =$ depende de la rigidez lateral y esta se reduce debido a P



Estático



Dinámico

La expectativa de que los elementos mecánicos en un análisis dinámico inequívocamente aumentan debido a los efectos $P-\Delta$ **es errada**, algunas veces si, otras no, y como veremos el problema es de otro tipo.

La Observación Fundamental se Ilustra en la Figura

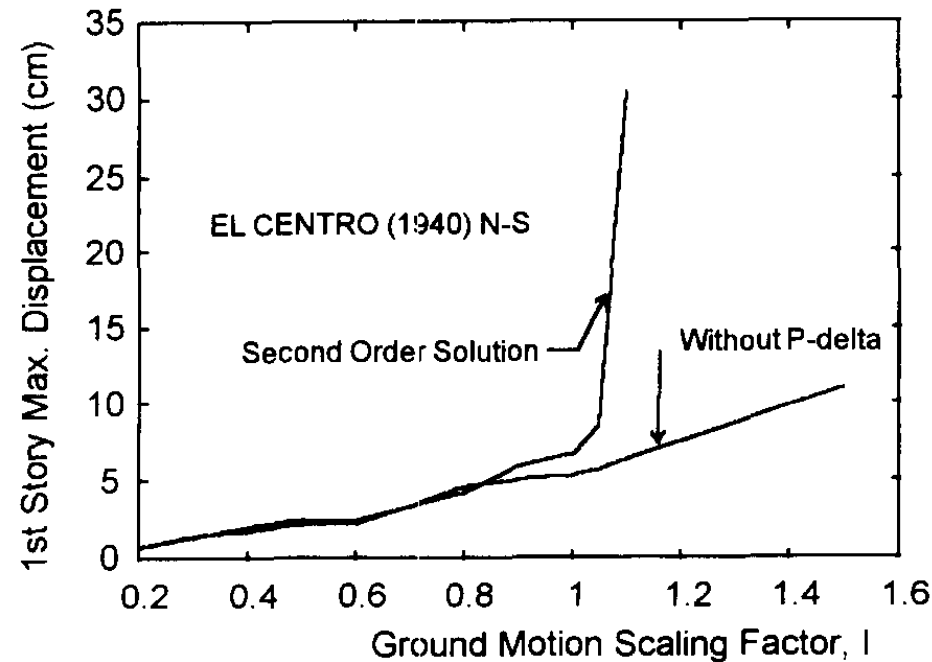


Figure 1 Maximum response at first floor level for a 10-storey frame with uniform mass and stiffness distribution ($T = 1$ s, 5% damping, storey heights = 3.65 m, base shear yield coefficient = 0.1, controlling mechanism is first floor sway)

Es de interés notar que para que se alcancen pendientes negativas en la relación carga deformación no es necesario que se forme un mecanismo.

Y también conviene notar que la aparición de pendientes negativas no necesariamente implica colapso.

498

Instabi

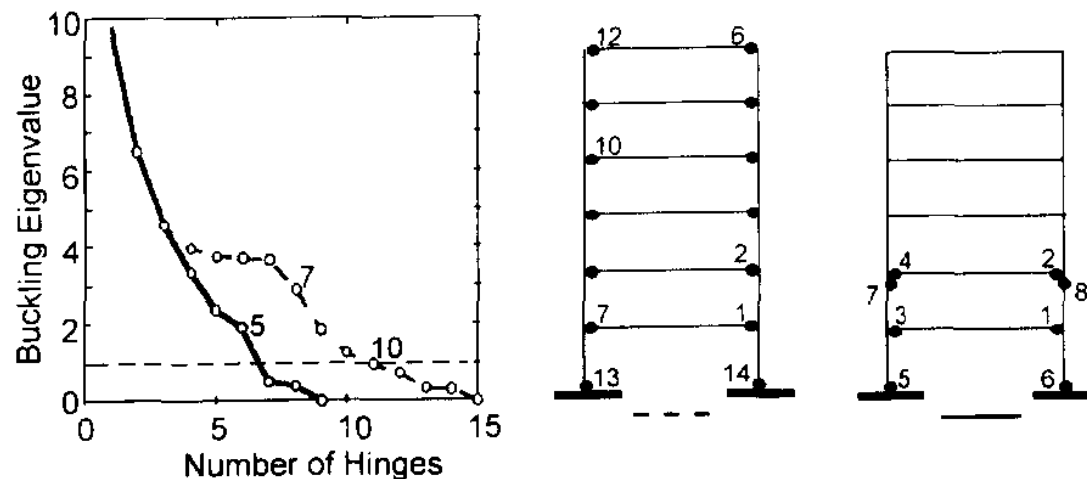


Figure 2 Buckling eigenvalue as a function of the distribution of plastic hinges

INSTABILITY OF BUILDINGS SUBJECTED TO EARTHQUAKES

By Dionisio Bernal,¹ Member, ASCE



PII: S0141-0296(97)00037-8

Engineering Structures, Vol. 20, Nos 4-6, pp. 496-502, 1998

© 1997 Elsevier Science Ltd

All rights reserved. Printed in Great Britain

0141-0296/98 \$19.00 + 0.00

Instability of buildings during seismic response

Dionisio Bernal

*Department of Civil and Environmental Engineering, Northeastern University, 360
Huntington Ave., Boston MA 02115, USA*

Linealización “Equivalente”

(Capacity Spectrum Method)

El objetivo es estimar la respuesta máxima del sistema no-lineal usando el espectro elástico con valores modificados del periodo (T) y del amortiguamiento (β).

$$\begin{array}{ccc} T_0 & \longrightarrow & T_{ef} \\ \beta_0 & \longrightarrow & \beta_{ef} \end{array}$$

Se persigue $\Rightarrow S_{a,ela} (T_{ef}, \beta_{ef}) \approx S_{a,inel} (T_0, \beta_0, \mu)$

μ = ductilidad exhibida

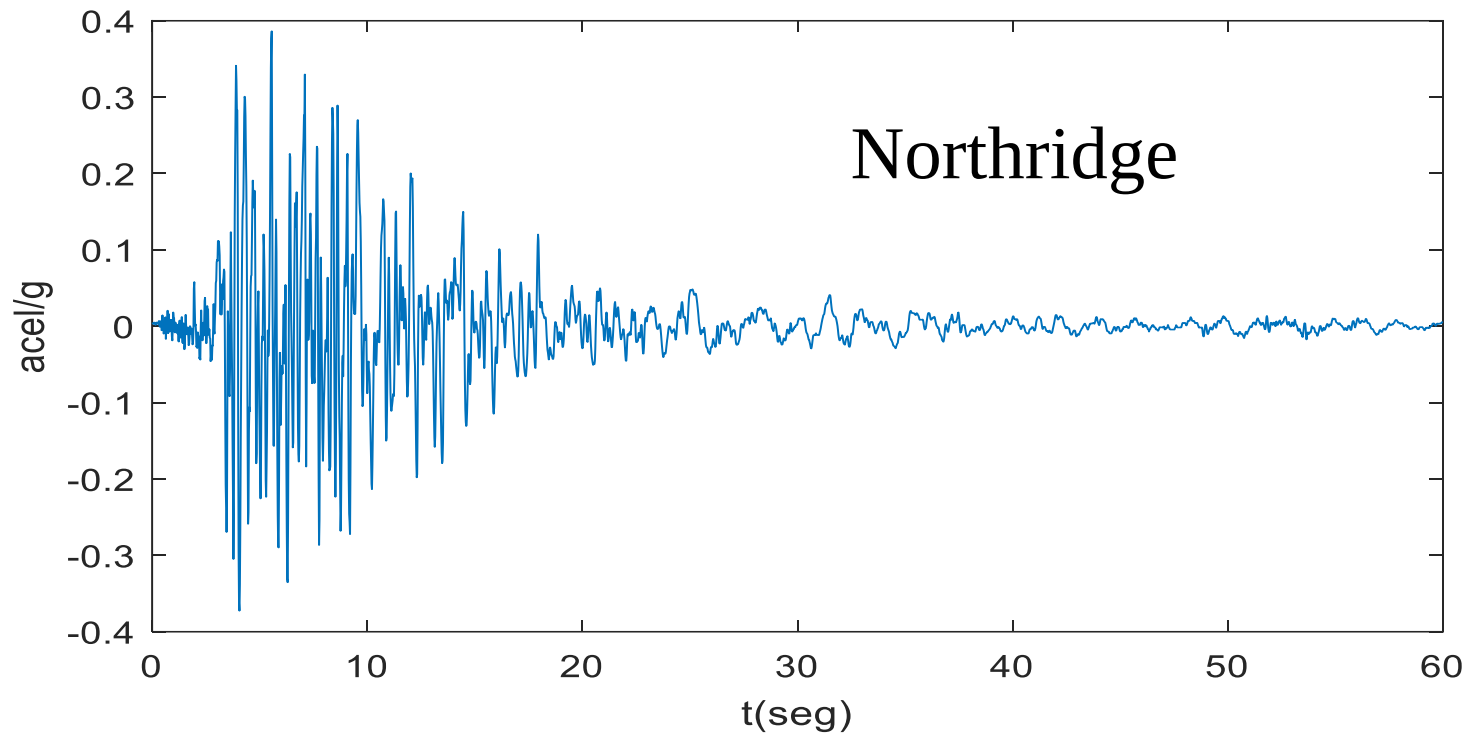
Expresiones (FEMA 440)

$$\left. \begin{aligned} T_{ef} &= T_0 (1.28 + 0.13(\mu - 1)) \\ \beta_{ef} &= 14 + \beta_0 + 0.32(\mu - 1) \end{aligned} \right\} 4 \leq \mu \leq 6.5$$

$$S_{a.inel} = \frac{S_{a,el}}{B}$$

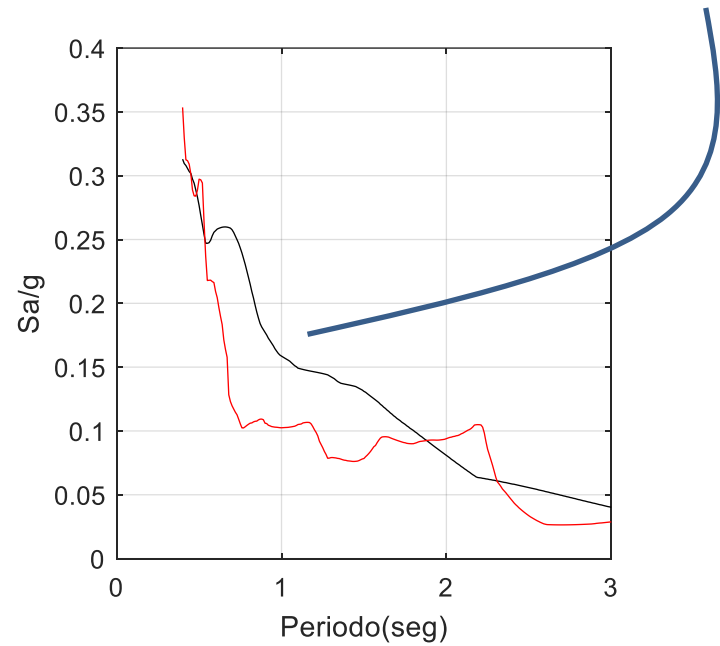
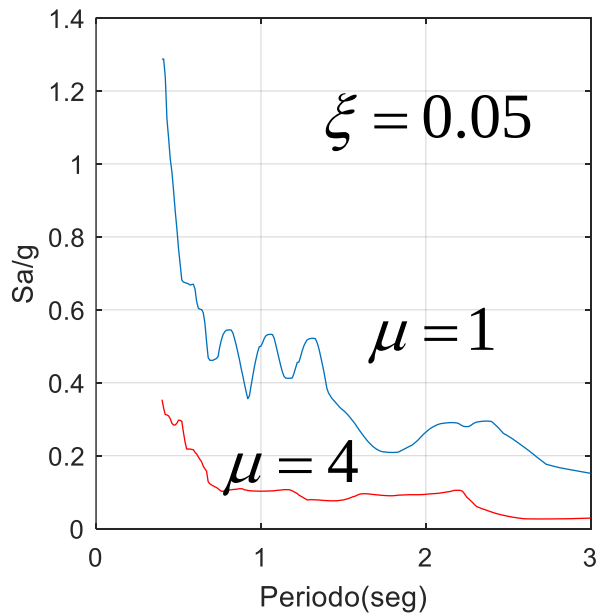
$$B = \frac{4}{5.6 - \ln(\beta_{ef})}$$

Las expresiones parecen ofrecer
sofisticación pero

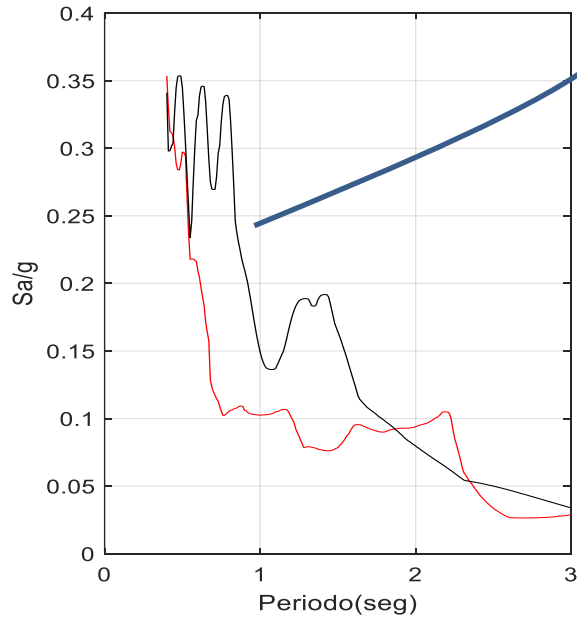


veamos

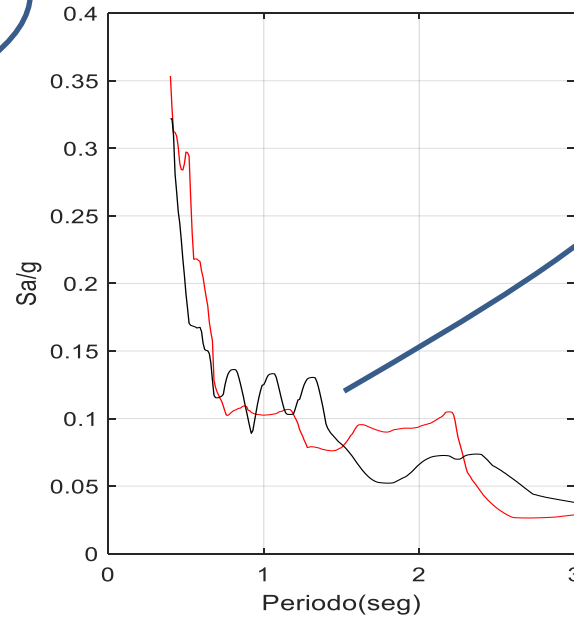
Periodo elongado y amortiguamiento incrementado, pero calculo elástico



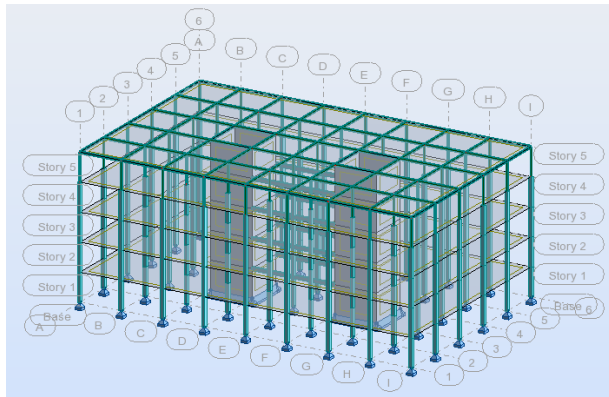
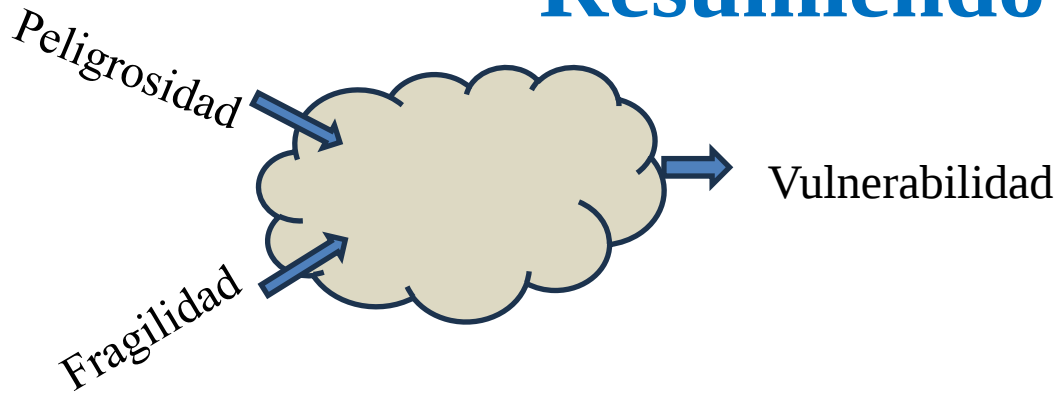
Periodo elongado y amortiguamiento incrementado y reducción por amortiguamiento con formula provista



Simple división del espectro elástico por μ



Resumiendo



➡ La parte relativa al comportamiento lineal puede mejorarse si es posible obtener señales.



Identificación



Monitoreo

El “push-over” es una forma útil para detectar vulnerabilidades – pero los NSP tienden a dar una impresión de precisión que va más allá de la que realmente se alcanza.

Para Concluir

(sin ninguna intención de reducir la importancia de los estudios de vulnerabilidad)

La estructura solo se entera de la intervención